# 第21講　合同の証明

## Step 1

1 平行四辺形 ABCD で，辺 BC の中点を E，線分 AE と辺 DC をそれぞれ延長した直線の交点を F とする。

このとき，△ABE ≡△FCE となることを次のように証明したい。

［Ⅰ］，［Ⅱ］，［Ⅲ］にあてはまる最も適当なものを，［Ⅰ］，［Ⅱ］にはあとの A 群のアからウまで，［Ⅲ］には B 群のエからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書きなさい。

（証明）　△ABE と△FCE で，

E は辺 BC の中点だから，BE ＝ CE……①

［Ⅰ］は等しいから，∠AEB ＝∠FEC……②

AB ∥ CF より，［Ⅱ］は等しいから，∠ABE ＝∠FCE……③

①，②，③から，［Ⅲ］ので，△ABE ≡△FCE

【A 群】

ア　同位角　　イ　錯角　　ウ　対頂角

【B 群】

エ　1 辺とその両端の角が，それぞれ等しい

オ　2 辺とその間の角が，それぞれ等しい

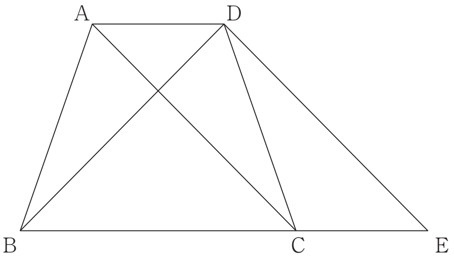
カ　2 組の角が，それぞれ等しい

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

2　右の図のように，AD ∥ BC，AC = DB である四角形 ABCD がある。辺 BC を C の方向に延長した直線上に AC ∥ DE となる点 E をとる。

このとき，AB = DC であることを次のように証明した。




（証明）

仮定から，AC ∥ DE……①

AD ∥ BC だから，AD ∥ CE……②

①，②から，2 組の［ア］がそれぞれ平行だから

四角形 ACED は平行四辺形である。

よって，AC = DE……③

仮定から，AC = DB……④

③，④から，DB = DE

したがって，2 つの辺が等しくなるので△DBE は二等辺三角形である。

よって，［イ］= ∠DEB……⑤

［ウ］

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　［ア］には適切なことばを，［イ］には当てはまる適切な角をそれぞれ書きなさい。

(2)　［ウ］には証明の続きを書き，AB = DC であることの証明を完成させなさい。

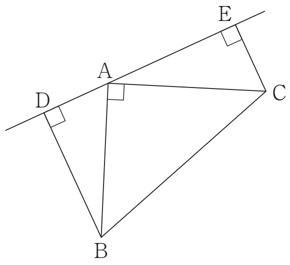
ただし，（証明）の中の①～⑤で示されている関係を使う場合は，①～⑤の番号を用いてもよい。また，新たな関係に番号をつける場合は，⑥以降の番号を用いなさい。

【茨城県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step 2

3　図のように，AB = AC である直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線に，頂点 B，C からそれぞれ垂線 BD，CE をひく。




　このとき，BD + CE = DE であることを次のように証明したい。

　[a]，[b] にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。また，[Ⅰ]，[Ⅱ]，[Ⅲ] にあてはまるものの組み合わせとして最も適当なものを，あとのアからエまでの中から選んで，そのかな符号を書きなさい。

　なお，2 か所の [a] には同じ数，3 か所の [Ⅰ] と 2 か所の [Ⅱ]，[Ⅲ] にはそれぞれ同じものがあてはまる。

> （証明）　△ADB と△CEA で，
>
> 　仮定より，∠ADB = ∠CEA = 90°……①
>
> 　　　　　AB = CA……②
>
> 　また，∠ABD = [a]° − ∠[Ⅰ]……③
>
> 　　∠CAE = [b]° − ∠BAC − ∠[Ⅰ]
>
> 　　　　= [a]° − ∠[Ⅰ]……④
>
> 　③，④より，∠ABD = ∠CAE……⑤
>
> 　①，②，⑤から，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角が，それぞれ等しいので，
>
> 　　△ADB ≡ △CEA
>
> 　合同な図形では，対応する辺の長さは等しいので，
>
> 　　BD = [Ⅱ]，[Ⅲ] = CE
>
> 　よって，BD + CE = [Ⅱ] + [Ⅲ]
>
> 　　　　　　　　= DE

ア　Ⅰ BAD，Ⅱ AD，Ⅲ AE

イ　Ⅰ ADB，Ⅱ AE，Ⅲ AD

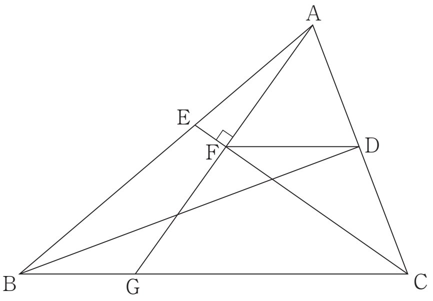
ウ　Ⅰ BAD，Ⅱ AE，Ⅲ AD

エ　Ⅰ ADB，Ⅱ AD，Ⅲ AE

【愛知県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

4　右の図で，△ABC は BA ＝ BC，∠ABC が 60° より小さい二等辺三角形である。∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D，∠ACB の二等分線と辺 AB との交点を E とする。また，点 A から線分 CE に垂線をひき，線分 CE との交点を F，辺 BC との交点を G とする。




このとき，FD ＝ $\frac{1}{2}$GC となる。

次の［　　］の中は，FD ＝ $\frac{1}{2}$GC の証明を途中まで示したものである。

証明

△BAD と△BCD において，

［(a)］……①

［(b)］……②

［(c)］……③

①，②，③より［(d)］が，それぞれ等しいから，

△BAD ≡△BCD

したがって，［(e)］……④

△CAF と△CGF において，

（続く）

次の(1)，(2)の問い に答えなさい。

(1)　証明の［　　］の中は，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を 2 等分することの証明である。

［(a)］～［(c)］，［(e)］に入る最も適当なものを，次のア～カのうちからそれぞれ一つずつ選び，符号で答えなさい。また，［(d)］に入る最も適当なことばを書きなさい。

ア　BA ＝ BC　　イ　∠BDA ＝∠BDC ＝ 90°　　ウ　∠BAD ＝∠BCD

エ　AD ＝ CD　　オ　BD ＝ BD（共通）　　カ　∠ABD ＝∠CBD

(2)　［　　］の中の証明の続きを書き，証明を完成させなさい。

ただし，［　　］の中の①～④に示されている関係を使う場合，番号の①～④を用いてもかまわないものとする。

【千葉県】

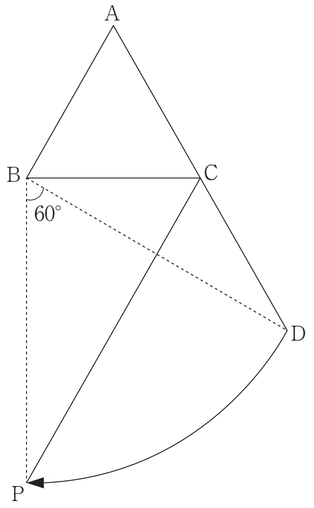
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　3

5　右の図のように，正三角形 ABC があり，辺 AC の延長上に CD = AC となる点 D をとる。

また，同じ平面上で，点 B を中心として，D を矢印の方向に 60° 回転させた点を P とする。

このとき，AB ∥ CP であることを証明しなさい。

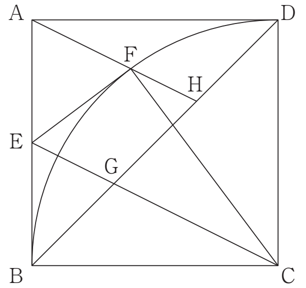



【福島県】

6　右の図のように，正方形 ABCD があり，点 C を中心として，半径 BC の円をかく。辺 AB の中点を E とし，$\overset{\frown}{BD}$上に点 B と異なる点 F を，EB = EF となるようにとり，点 C と点 E，点 C と点 F をそれぞれ結ぶ。

また，対角線 BD と線分 CE，対角線 BD と直線 AF との交点をそれぞれ G，H とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。




(1)　∠BEC =∠FEC であることを証明せよ。

(2)　BG = GH = HD であることを証明せよ。

【香川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

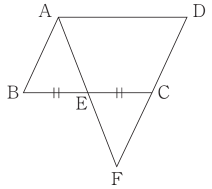
〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第21講　合同の証明

## Step 1

1 Ⅰ．ウ　Ⅱ．イ　Ⅲ．エ




≪解説≫

問題文の条件を図示すると，右図のようになる。仮定と，平行線の性質などを利用して合同を証明する。

2 (1) ア．対辺　イ．(∠) DBE

(2) △ABC と△DCB で，

共通な辺より，BC ＝ CB……⑥

①より，同位角は等しいから，∠ACB ＝∠DEC……⑦

⑤，⑦より，∠ACB ＝∠DBC……⑧

④，⑥，⑧より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABC ≡△DCB

対応する辺より，AB ＝ DC

## Step 2

3 a．90　b．180　ⅠⅡⅢ．ウ

4 (1) (例) (a) ア　(b) オ　(c) カ　(d) 2 辺とその間の角　(e) エ

(2) (△CAF と△CGF において，)

CF ＝ CF (共通)……⑤

仮定より，∠ACF ＝∠GCF……⑥，∠AFC ＝∠GFC ＝ 90°……⑦

⑤，⑥，⑦より，

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△CAF ≡△CGF

よって，AF ＝ GF……⑧

△AGC において，④，⑧より，中点連結定理から，FD ＝ $\frac{1}{2}$GC

≪解説≫

(1) 仮定より，BA ＝ BC，∠ABD ＝∠CBD で，BD は共通なので，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいことより，△BAD ≡△BCD が言えて，AD ＝ CD となる。また，△ABC は BA ＝ BC の二等辺三角形なので，∠BAD ＝∠BCD，∠BDA ＝∠BDC ＝ 90°　これらを利用して，△BAD ≡△BCD を説明する方法もある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

**5** （証明）（例）△ABD と△CBP において，

仮定より，BA ＝ BC……①　BD ＝ BP……②

また，∠ABD ＝∠ABC ＋∠CBD ＝ 60° ＋∠CBD……③

∠CBP ＝∠DBP ＋∠CBD ＝ 60° ＋∠CBD……④

③，④より，∠ABD ＝∠CBP……⑤

①，②，⑤より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABD ≡△CBP

よって，∠BAD ＝∠BCP……⑥

△ABC は正三角形だから，∠ABC ＝∠BAD……⑦

⑥，⑦より，∠ABC ＝∠BCP で，錯角が等しくなるから，AB ∥ CP

**6** (1) （証明）△BEC と△FEC において，

仮定より，EB ＝ EF……①　CE は共通……②

点 C を中心とする円の半径より，CB ＝ CF……③

①，②，③より，3 辺がそれぞれ等しいので，△BEC ≡△FEC

よって，∠BEC ＝∠FEC

(2) （証明）△GBE と△GDC において，

BE ∥ DC より，BE : DC ＝ BG : DG

BE ＝ $\frac{1}{2}$AB で，DC ＝ AB より，BE : DC ＝ 1 : 2

よって，BG : DG ＝ 1 : 2……①

また，仮定より，EA ＝ EB，EB ＝ EF なので，

△AEF は，EA ＝ EF の二等辺三角形。

よって，∠EAF ＝∠EFA

∠BEF ＝∠EAF ＋∠EFA なので，∠EAF ＝ $\frac{1}{2}$ ∠BEF

ここで，(1)より，∠BEC ＝∠FEC なので，∠BEC ＝ $\frac{1}{2}$ ∠BEF

よって，∠EAF ＝∠BEC となり，同位角が等しいので，EC ∥ AH……②

さらに，△BAH において，②より，EG ∥ AH なので，

BG : GH ＝ BE : EA ＝ 1 : 1

よって，BG ＝ GH……③

①，③より，HD ＝ DG － GH ＝ 2BG － BG ＝ BG……④

③，④より，BG ＝ GH ＝ HD

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。